

La construction des connaissances sur les codes numériques et digitaux des nombres : un processus de coordination de connaissances multiples

Jacinthe Giroux et Gisèle Lemoyne

Volume 19, numéro 3, 1993

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/031645ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/031645ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Revue des sciences de l'éducation

ISSN

0318-479X (imprimé)

1705-0065 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Giroux, J. & Lemoyne, G. (1993). La construction des connaissances sur les codes numériques et digitaux des nombres : un processus de coordination de connaissances multiples. *Revue des sciences de l'éducation*, 19(3), 511–535.
<https://doi.org/10.7202/031645ar>

Résumé de l'article

L'étude vise à préciser les processus d'élaboration et de coordination des connaissances sur les codes digitaux et numériques des nombres chez des élèves de première année. Des tâches d'écriture, de lecture et de rappel de la suite nommée des nombres sont présentées à 16 élèves. Sur la base de modèles élaborés dans le domaine et d'un examen plus approfondi des connaissances de certains de ces élèves, les auteurs proposent un modèle d'identification des processus de coordination de connaissances sur les codes des nombres. Ce modèle permet de dégager chez les élèves cinq niveaux de performance et de mieux comprendre la signification des écarts entre ceux-ci. Il fait ressortir également le jeu essentiel de coordination des connaissances des deux codes dans la construction d'une première représentation de la suite des 100 premiers nombres.

La construction des connaissances sur les codes numériques et digitaux des nombres: un processus de coordination de connaissances multiples

Jacinthe Giroux
Professeure

Université du Québec à Montréal

Gisèle Lemoyne
Professeure

Université de Montréal

Résumé – L'étude vise à préciser les processus d'élaboration et de coordination des connaissances sur les codes digitaux et numériques des nombres chez des élèves de première année. Des tâches d'écriture, de lecture et de rappel de la suite nommée des nombres sont présentées à 16 élèves. Sur la base de modèles élaborés dans le domaine et d'un examen plus approfondi des connaissances de certains de ces élèves, les auteures proposent un modèle d'identification des processus de coordination de connaissances sur les codes des nombres. Ce modèle permet de dégager chez les élèves cinq niveaux de performance et de mieux comprendre la signification des écarts entre ceux-ci. Il fait ressortir également le jeu essentiel de coordination des connaissances des deux codes dans la construction d'une première représentation de la suite des 100 premiers nombres.

Introduction

Dans le programme d'études primaires en mathématiques, la numération occupe à juste titre une place importante. Les nombres sont des outils pour mesurer, comparer et opérer sur des quantités; dans notre système décimal, les codes digitaux et numériques des nombres sont porteurs d'informations utiles sur les aspects cardinal et ordinal du nombre. Nous nous proposons d'examiner les connaissances sur les codes digitaux et numériques des nombres d'élèves nouvellement admis en première année. Bien que ces élèves n'aient pas bénéficié d'un enseignement officiel de la numération, plusieurs savent nommer, écrire et ordonner des nombres jusqu'à 100; certains, par ailleurs, s'acquittent difficilement de ces tâches même avec des nombres inférieurs à 20. Comment expliquer ces différences? Quelles sont les connaissances qui expliquent ces conduites? Ces questions ont alimenté le travail dont nous rendons compte.

*Cadre théorique:
le développement du concept de nombre et l'apprentissage de la numération*

Le développement du concept de nombre

Nous bénéficions d'une quantité importante de publications sur les connaissances et les conceptions mathématiques des jeunes enfants; les publications sur le concept de nombre sont particulièrement nombreuses. Ces recherches montrent que l'appropriation du sens des nombres se fait à travers des situations de récitation de la comptine, de comptage, d'estimation et de comparaison de collections. L'enfant construit par abstraction réfléchissante les propriétés non plus de certains nombres particuliers mais du nombre (Kamii, 1990). Ainsi, l'apprentissage de la suite nommée des nombres ne constitue d'abord qu'une mémorisation de quelques éléments du lexique usuel des nombres sans que soient pour autant constitués les référents sémantiques de ces éléments. Très tôt toutefois, l'enfant associe à certains de ces éléments des représentations sémantiques spécifiques (par exemple: cinq doigts, deux oreilles, quatre pattes de chat, ...) et il se montre aussi capable d'estimer, de comparer ou de dénombrer de petites collections (Fayol, 1986, 1990).

Le comptage apparaît donc comme une activité privilégiée pour le développement des premières connaissances numériques. Les habiletés reliées à ces activités engendrent de nouvelles connaissances sur le nombre. Ainsi, selon Baroody (1991, p. 139), «savoir compter peut conduire à la découverte d'un schème génératif de la suite des mots-nombres jusqu'à 100 et au-delà, et à la compréhension du caractère infini de la suite des nombres». Nous pensons également que le besoin de quantifier conduit très tôt l'enfant à s'intéresser aux codes numériques et digitaux de ces nombres «outils de quantification».

Dans cette recherche, si nous nous intéressons plus spécifiquement à la construction des connaissances sur les codes digitaux et numériques des nombres, nous sommes conscients des relations structurales qu'entretiennent l'élaboration de ces codes et les activités de quantification du réel.

L'apprentissage des codes digitaux et numériques des nombres

Les codes digitaux et numériques des nombres sont donc considérés comme des outils symboliques pouvant contribuer à la conceptualisation de l'organisation de la suite numérique et de la signification des éléments de cette suite. Les régularités inscrites dans la langue, notamment sur les mots-décades, marquent le passage d'une petite unité à une plus grande unité qu'est la dizaine (Brissiaud, 1989). L'abstraction de ces régularités témoigne de l'activité de construction de connaissances chez l'enfant (Kamii, 1990); elle ne procède pas d'une simple lecture ou observation de faits. Si tel était le cas, on pourrait s'attendre à ce qu'un dispositif montrant ces régularités permette à l'enfant de les saisir.

Plus encore, la construction des premières régularités sur les codes numériques des nombres assure une représentation structurée des nombres sur laquelle vient se greffer la signification des codes digitaux. Toutefois, les irrégularités de certaines séquences de mots de nombres (les nombres entre 10 et 20, entre 69 et 100) brisent cet équilibre et obligent l'enfant à une coordination des connaissances sur les codes digitaux et numériques, donc à une reconstruction. De la construction de la représentation des nombres à la recherche d'une structure, d'un système qui les régit, s'élabore ainsi une représentation de la suite numérique sur laquelle repose un traitement plus efficace des nombres.

Enfin, comme le montre l'étude de Carraher et Schliemann (1990), si la maîtrise des règles qui régissent les codes digitaux et numériques des nombres ne peut, dans ce contexte, être associée à la compréhension du système de numération de position en termes de groupements et de valeur de position, elle prépare toutefois aux interrogations futures sur les différences entre des codes digitaux composés de mêmes chiffres. Elle permet sûrement une meilleure appréhension des règles du système qui régit les nombres.

Rappel des codes numériques des nombres

Dans les études menées jusqu'à présent, l'analyse des comportements d'enfants à des tâches de rappel des codes numériques conduit à des hypothèses sur l'organisation en mémoire de la suite nommée des nombres. L'étude de Siegler et Robinson (1982) réalisée auprès de 42 enfants de 3 à 5 1/2 ans est sûrement l'une des plus complètes. Ces chercheurs distinguent divers niveaux d'expertise et caractérisent les comportements des enfants se situant à chacun de ces niveaux; des modèles rendent compte des conduites relevant de chacun des niveaux.

Le premier modèle explique les conduites des enfants qui ne savent rappeler que les nombres inférieurs à 20. La connaissance des mots des nombres concernés et de la relation «suivant» qui unit deux à deux ces mots suffit au rappel de cette suite, que ce rappel se fasse à partir de un ou d'un autre nombre de cette suite. Le deuxième modèle s'applique aux comportements des enfants qui savent rappeler des nombres supérieurs à 20 mais inférieurs à 100. Les constituants de ce modèle sont: une liste de répétition composée de mots (par exemple: un à neuf); une liste d'application de la règle générative comportant des noms de nombres multiples de dix (par exemple: 20, 30, 40); une générative indiquant comment composer un nombre par concaténation d'un élément de la liste d'application et d'un élément de la liste de répétition (par exemple: 21); une relation «successeur de» précisant les connexions entre diverses paires de nombres non prédites par la règle générative précédente (par exemple: 29, 30). Le troisième modèle explique les conduites des enfants qui savent rappeler les nombres au-delà de 100. Aux constituants du second modèle s'ajoute une liste des mots de centaines (par exemple: 100 à 900) et la règle générative suivante: si un nombre est composé d'un des nombres de la liste des centaines, il convient d'ignorer temporairement ce premier nombre, d'appliquer la règle générative des nombres inférieurs à 100 et de composer le premier nombre avec le nombre trouvé par application de la règle précédente (par exemple: 82... 282).

Le grand mérite de l'étude de Siegler et Robinson (1982) réside dans l'effort de modélisation des connaissances; les modèles s'appuient sur des hypothèses explicites qui sont généralement confirmées par les comportements des enfants (par exemple: les omissions et les répétitions de certains éléments de la suite). Ces modèles posent toutefois le problème fondamental de la construction de ces connaissances. Comment l'enfant est-il ainsi amené à exclure le mot «dix» de sa liste de répétition? Quelles connaissances sur la numération ou encore sur les nombres sont liées à la mise en place de cette liste de répétition? Quelle est la signification de la relation «suivant» dans la structuration des connaissances sur la suite des premiers nombres dans le premier modèle? Enfin, nous nous interrogeons sur l'évolution des représentations des nombres chez les enfants qui ont recours à des processus de composition de nombres. Les nombres ainsi produits sont-ils encore comparables aux premiers nombres qu'ils ont rencontrés? Y a-t-il chez ces enfants une meilleure appréhension des relations d'ordre et de grandeur entre les nombres que chez les enfants qui n'ont pas construit de règle de composition?

À l'examen des contextes de production des mots de nombres, Fuson (1991) insiste sur les différences essentielles entre les représentations des séquences de mots de nombres que les enfants rappellent péniblement au début, que plus tard ils défilent rapidement sans effort et qui deviennent objets de pensée ou, encore, outils symboliques dans une variété d'activités numériques. Dans les premières représentations, on peut supposer que les mots sont indifférenciés (par exemple: un, deux, trois) constituant ainsi une liste non sécable, tandis que dans les représentations plus évoluées les mots sont distingués les uns des autres, formant ainsi une liste sécable; les mots des nombres existant indépendamment des autres, acquérant le statut de symboles pouvant être comparés, examinés, reliés, utilisés, Resnick (1983), dans ce dernier contexte d'utilisation des mots, parle de *mental number line* (ligne numérique): les nombres correspondent à des positions dans une suite; les positions sont reliées par une relation de «successeur» ou de «suivant» et les grandeurs respectives des nombres sont enfin appréhendées par leur position dans la suite.

L'apprentissage des codes digitaux des nombres

La représentation écrite conventionnelle des nombres est un apprentissage important et sûrement laborieux pour les jeunes enfants. Le système numéral et le système digital, bien qu'organisés et structurés de façon relativement similaire, présentent des particularités que l'enfant doit découvrir. La syntaxe du système numéral est légèrement plus complexe que celle du système digital (Conne, 1987a). Puisque l'apprentissage des codes digitaux est étudié surtout dans un contexte d'activité de lecture et d'écriture de nombres, il nous apparaît nécessaire d'examiner les recherches en ce domaine. Nous présentons le modèle explicite des connaissances et des processus de transcodage numérique construit par Deloche et Seron (1987).

Ceux-ci ont construit un modèle explicite des connaissances et des processus de transcodage numérique. Leur modèle est appliqué à l'analyse des erreurs produites par les personnes présentant des troubles d'ordre neurophysiologique (*acalculia*); plusieurs de ces erreurs se retrouvent chez les enfants, d'où l'intérêt de présenter ce modèle.

Les deux systèmes en usage pour représenter les quantités sont les systèmes digital et numéral. Ces systèmes s'apparentent au système linguistique: ils comportent un *lexicon*, une syntaxe et une sémantique. Le système digital comporte un *lexicon* de dix chiffres; la signification d'une forme digitale (sémantique) est obtenue par l'attribution de la valeur lexicale de chaque chiffre affecté par une puissance de dix. Chaque chiffre dans un nombre composé de plusieurs chiffres a une valeur différente selon sa position dans la séquence. Ainsi le chiffre 3 peut être traduit par 3, dans 43 et par 30, dans 34.

Le système numéral comporte un *lexicon* plus élaboré que celui du système digital; il est composé de neuf noms d'unités, de six noms de la seconde décade (11 à 16), de trois noms de décades complexes (70, 80, 90) et enfin, d'un certain nombre de mots spécifiques (par exemple: 100, 1 000) et du mot «et». Le modèle prévoit que chaque primitive lexicale est associée à deux catégories d'information distinctes: la première spécifie la classe lexicale (pour les nombres inférieurs à 100, il existe trois possibilités: unités, dizaines, centaines) et la seconde indique la position (par exemple: première, deuxième, troisième...). Par exemple, 3 et 30 occupent la même position (troisième) mais ne sont pas associés à la même classe lexicale.

Le transcodage numéral-digital nécessite d'abord une connaissance du *lexicon* propre au système digital. Les règles pour des nombres inférieurs à 1 000 sont ainsi décrites par Deloche et Seron (1987). La première règle (R1) permet de générer un cadre de trois chiffres (C1, C2, C3 [C: colonne]) et de remplir ces positions par «0»; chaque mot (de la forme numérale) est ensuite traité de gauche à droite par l'application des règles suivantes:

- 1) si le mot renvoie à la catégorie «décades», le chiffre qui y correspond est écrit en C2 (règle R2);
- 2) si le mot renvoie à la catégorie «unité», le chiffre qui y correspond est écrit en C3 (règle R3);
- 3) si le mot renvoie à la catégorie des centaines, le chiffre correspondant sera inscrit en C1 (règle R4);
- 4) si le mot renvoie à la catégorie «des noms de la seconde décade», le chiffre 1 est inscrit en C2 et le chiffre des unités qui y correspond est entré en C3 (règle R5).

La dernière règle (R6) permet d'enlever, s'il y a lieu (par exemple: 75 [R1: 000, R2: 070, R3: 075, R6: 75]), le «0» en position des centaines ou des dizaines.

Les règles de transcodage digital-numéral sont de même facture que les précédentes et peuvent ainsi être résumées:

- 1) générer un cadre de trois chiffres (C1, C2, C3);
- 2) remplir de la droite vers la gauche;
- 3) chercher les catégories respectives d'appartenance de chacun des chiffres (C1, C2, C3) et trouver les codes numériques qui correspondent à chacun des chiffres.

Deloche et Seron (1987) identifient quatre types d'erreurs de transcodage chez les «aphasiques»:

- 1) erreurs d'analyse (*parsing errors*; par exemple: cinq cents \rightarrow 105);
- 2) erreurs de catégorisation lexicale ou d'identification (*lexical categorization and/or identification errors*; par exemple: cent trente \rightarrow 103);
- 3) erreurs de transcodage (*transcoding errors*; par exemple: neuf cents \rightarrow 9100);
- 4) erreurs d'encodage digital et de processus de sortie (*digital encoding and output processus errors*; par exemple: quatre cent cinquante-neuf \rightarrow 439).

Ce modèle fait état des connaissances qui interviennent dans les activités de lecture et d'écriture de nombres; il offre de plus un cadre de référence solide pour l'analyse d'erreurs. Cependant, il nous renseigne peu sur les relations entre les habiletés de transcodage et les connaissances sur l'organisation des nombres dans la suite. L'examen des contenus qu'il traite permet par ailleurs de formuler certaines hypothèses sur ces relations et d'interpréter les résultats des études réalisées auprès des enfants. S'il apparaît naturel que les enfants apprennent d'abord les premiers éléments du *lexicon* du système numéral (comptine) et qu'ils acquièrent plus tardivement les premiers éléments du système digital, il est à prévoir qu'une fois le *lexicon* du système digital connu, les enfants seront en mesure d'écrire des nombres, sans pour autant savoir les lire ou en apprécier les valeurs. Les observations recueillies par Conne (1988, p. 27) auprès d'enfants de première année primaire montrent la pertinence d'une telle hypothèse: sans ambiguïté aucune pour eux, la suite 143 857 sera considérée être un nombre plus grand que 14 385 mais plus petit que 1 438 576.

Le fait que le système digital s'appuie sur un *lexicon* fort restreint libère rapidement l'enfant d'un souci de mémorisation d'éléments spécifiques, lui permet de s'interroger sur le sens de ces écritures souvent très voisines et de construire des règles de production de nombres voisins. En apprenant à nommer certains des nombres qu'il sait écrire ou à écrire certains des nombres qu'il sait nommer, l'enfant parvient, possiblement, à coordonner certaines règles de production des codes numériques et digitaux des nombres. Une telle coordination permettrait alors un meilleur contrôle des codes. On peut également penser que la conjonction de jeux d'écriture et d'activités de transcodage, de récitation de la comptine, de dénombrement ou, encore, de comptage, rejaillisse sur la structuration des connaissances en numération et donne accès à la signification des codes numériques.

Objectifs

Les études conduites jusqu'à maintenant sur le développement des connaissances des codes digitaux et numériques révèlent que ce développement repose sur un processus de coordination de connaissances. Les décalages entre les connaissances sur les codes, observés par plusieurs chercheurs, sont des témoins essentiels d'un processus de construction de connaissances. Certaines hypothèses sur ce processus de construction peuvent être formulées:

- 1) les premières connaissances sur les codes numériques sont plus investies que celles sur les codes digitaux;
- 2) les premières connaissances sur les codes numériques se développent indépendamment de celles sur les codes digitaux;
- 3) ces premières connaissances constituées, des processus de coordination des connaissances sur les codes digitaux et numériques sont appliqués et concourent au développement des connaissances dans chacun des domaines, et à la structuration des connaissances sur la suite des nombres.

Notre recherche vise d'abord une explicitation de ces hypothèses. Nous pensons qu'elles sont avant tout des outils théoriques pour poursuivre les recherches initiales sur la construction des connaissances sur les codes digitaux et numériques des nombres. Nous proposons donc de prolonger les études réalisées par Siegler et Robinson (1982) ainsi que par Deloche et Seron (1987) sur la modélisation des connaissances sur les codes digitaux et numériques de la suite numérique.

Méthode

Procédés de sélection des sujets

L'expérimentation est effectuée auprès de 16 élèves inscrits en première année dans deux écoles de la Commission scolaire catholique de Montréal; le nombre d'élèves dans chacune des écoles est le même. Les titulaires des classes de première année participent à la sélection de ces sujets; leurs observations et leur connaissance des dossiers des élèves ayant complété une maternelle sont alors précieuses. Parmi les huit élèves retenus dans chacune des écoles, deux sont considérés faibles (possédant peu de connaissances mathématiques), trois sont considérés moyens (possédant certaines connaissances mathématiques) et enfin, trois autres sont considérés forts (plusieurs connaissances mathématiques). Il convient d'insister sur le caractère relatif de ce jugement.

L'évaluation des connaissances de ces sujets est réalisé dans le cadre d'entrevues individuelles et s'étale sur une période de deux mois (octobre et novembre). Des épreuves principales et des épreuves complémentaires sont alors utilisées. À la suite de la passation des épreuves principales, les huit sujets de chacune des classes sont répartis dans deux sous-groupes: le premier contient trois sujets-cibles (un élève faible, un élève moyen et un élève fort) et le second, cinq sujets-témoins (deux élèves forts, deux élèves moyens et un élève faible). Les sujets-cibles sont invités à résoudre diverses épreuves complémentaires; les objectifs alors poursuivis sont les suivants:

- 1) compléter l'évaluation effectuée au cours des entrevues principales;
- 2) valider la pertinence de certaines hypothèses sur les connaissances appliquées dans certaines activités ou sur le processus de construction des connaissances;
- 3) vérifier le domaine d'application de certaines connaissances.

Les comportements recueillis au cours de ces entrevues font également partie du *corpus* de données.

Évaluation globale: épreuves principales

L'évaluation globale est effectuée à l'aide d'épreuves similaires à celles utilisées dans les études décrites aux sections précédentes.

Rappel de la suite nommée des nombres – L'épreuve de rappel de la suite nommée des nombres comporte six items; elle s'inspire de celle utilisée par Siegler et Robinson (1982). Au premier item, le sujet est invité à rappeler la suite des nombres à partir de 1; la consigne est «peux-tu compter pour moi?». Si le sujet est incapable de débiter la récitation, l'expérimentateur donne les trois premiers nombres de la comptine (un, deux, trois) et demande au sujet de poursuivre. Au deuxième item, l'expérimentateur présente, dans un premier temps, trois nombres successifs et demande au sujet de rappeler les nombres suivants (sept, huit, neuf); dans un second temps, les trois premiers nombres qui succèdent au dernier nombre rappelé par le sujet au premier item lui sont présentés, et le sujet est invité à poursuivre.

Nous complétons l'évaluation sur les codes numériques par l'ajout d'autres items. Les deux premiers items ajoutés concernent le rappel de la suite nommée des nombres en ordre décroissant. Ainsi, au troisième item de l'épreuve, on demande au sujet de rappeler les nombres successifs aux trois nombres présentés par l'expérimentateur en ordre décroissant (par exemple: neuf, huit, sept). L'expérimentateur choisit les nombres en fonction de ceux rappelés par le sujet aux deux premiers items (par exemple: on présentera au sujet qui arrête sa comptine à 19 au premier item et à 29 au second item, les nombres 29, 28, 27 dans un premier temps puis, dans un second temps, les nombres 19, 18, 17). Pour le quatrième item, le sujet est amené à réciter en ordre croissant la suite nommée des nombres, l'expérimentateur lui demande d'arrêter à «k» et de poursuivre en ordre décroissant («k» est choisi en fonction des comportements du sujet aux items précédents; pour le sujet qui arrête sa comptine à 19 au premier item et à 39 au second item, «k» peut être 33).

Les cinquième et sixième items portent sur le rappel des prédécesseurs et des successeurs de certains nombres. L'expérimentateur tient compte des performances du sujet lors de la passation du premier item pour le choix des nombres. De plus, certains nombres qui possèdent en position des unités les chiffres 9-0-1 (par exemple: 19, 20, 21) sont aussi présentés aux sujets puisqu'ils permettent d'évaluer si les enfants ont bien intégré les règles qui permettent d'effectuer les transitions entre les mots-décades.

Lecture et écriture des nombres – Deux épreuves qui portent sur le transcodage digital-numéral (lecture) et numéral-digital (écriture) sont construites afin d'évaluer les connaissances et les habiletés de transcodages des nombres. Des nombres entre un et dix sont d'abord choisis; si l'enfant réussit la lecture et la dictée de ces nombres, l'expérimentateur lui propose des nombres plus grands. Parmi ces derniers nombres, certains sont des multi-

ples de 10 et d'autres sont compris entre 10 et 20; le nombre 100, les nombres composés (70, etc.) et quelques nombres qui comportent des chiffres différents de 0 en position des unités (21, 37, 59) sont privilégiés.

Évaluation supplémentaire: épreuves complémentaires

Des épreuves complémentaires sont construites pour chacun des sujets. Ces épreuves les incitent à investir de nouveau leurs connaissances dans des situations variées; elles sont une occasion de créer des liens entre diverses connaissances reliées aux codes digitaux et numériques des nombres. Nous ne pouvons, par souci d'économie, décrire toutes les épreuves proposées à chacun des sujets. Nous nous contentons donc de présenter quelques tâches proposées à des sujets qui présentent des connaissances mathématiques fort différentes.

Rappel de la suite nommée des nombres – Les épreuves complémentaires sur le rappel de la suite nommée des nombres peuvent présenter des situations qui offrent la possibilité d'intégrer des règles permettant de générer la suite des nombres. Nous faisons appel, dans plusieurs cas, aux connaissances des sujets sur l'écriture et la lecture de nombres afin de favoriser l'élaboration de la récitation de la suite nommée des nombres, le rappel de successeurs ou de prédécesseurs ou, enfin, le rappel en ordre décroissant de la suite des nombres. En voici un exemple. L'examen du protocole d'un sujet indique qu'il ne peut rappeler la suite au-delà de 39, rappelant 30-10 comme successeur de 39. L'expérimentateur demande au sujet, lors de l'épreuve complémentaire sur le rappel de la suite nommée des nombres, d'écrire le nombre qui vient juste après 39, le sujet écrit alors 3010. Quelques suites numériques à compléter sont ensuite proposées à ce même sujet: a) 17 - 18 - ____ - ____; b) 7 - 8 - ____ - ____; c) 37 - 38 - ____ - _____. Il complète alors toutes les suites correctement, mais ne peut lire que la suite b. Il demande à l'expérimentateur de nommer les deux premiers nombres des suites a et c. À partir de cette lecture, il parvient à lire correctement la suite a. Toutefois, il éprouve des difficultés à lire le dernier nombre de la suite c, soit 40; l'expérimentateur effectue alors le transcodage digital-numéral approprié. Il demande ensuite au sujet de réciter la suite à partir de 40, ce qu'il fait sans erreur jusqu'à 49.

Le recours à l'écriture de nombres est aussi utilisé lors d'épreuves sur le rappel décroissant d'une suite de nombres. Le sujet est invité à rappeler en ordre croissant une suite de nombres supérieurs à ceux rappelés en ordre décroissant lors des épreuves principales. La récitation est interrompue par l'expérimentateur qui demande à l'élève de partir du dernier nombre nommé et de réciter la suite à rebours. Plusieurs sujets éprouvent des difficultés à effectuer cette tâche; ils sont alors invités à écrire les nombres qu'ils sont appelés à réciter en ordre décroissant. Plusieurs élèves réussissent alors à retracer une suite importante de nombres en ordre décroissant.

En voici un exemple: Un sujet rappelle la séquence 29 à 20 ou 39 à 30, mais passe automatiquement du nombre décade au nombre 0. Il lui est demandé d'écrire les nombres 31 et 30, derniers nombres nommés et d'écrire ensuite le nombre qui vient juste avant 30. Cette situation permet au sujet de retrouver le prédécesseur du mot-décade et de poursuivre le rappel à rebours.

Afin de tester les limites des sujets à réciter la suite des nombres, il nous apparaît important de vérifier si les sujets possèdent les règles qui permettent de générer une suite et si une meilleure connaissance factuelle des noms des décades ne leur permettrait pas de générer une suite beaucoup plus importante. Par exemple, si un sujet ne rappelle la suite que jusqu'à 39, l'expérimentateur poursuit en disant 40, 41, etc., et invite le sujet à continuer la récitation.

Certains sujets, lors de l'évaluation globale, récitent la suite des nombres à partir de un pour retracer les prédécesseurs et les successeurs de nombres supérieurs à dix. Les sujets qui adoptent un tel comportement sont invités lors des épreuves complémentaires à rappeler les prédécesseurs ou les successeurs d'une série de nombres qui comportent le même chiffre en position des unités. La régularité de cette série fournit aux sujets une occasion d'appréhender le mode de composition des nombres et de trouver un procédé plus économique pour le rappel des prédécesseurs ou des successeurs.

Lecture et écriture des nombres – Dans l'exécution des épreuves principales, plusieurs sujets montrent de meilleures habiletés à rappeler la suite nommée des nombres qu'à écrire ou lire des nombres. Tenant compte de ces résultats, nous avons demandé à des sujets de compléter des suites nommées et écrites composées des mêmes nombres. Dans un tel contexte, les connaissances sur la suite nommée des nombres peuvent être mises à profit pour la construction de connaissances sur le transcodage des nombres. Par exemple, un enfant ne sait pas écrire ou lire le nombre 70 mais rappelle toutefois la suite nommée jusqu'à 79. Dans les épreuves complémentaires, l'expérimentateur lui demande d'écrire les nombres à partir de 67 et, ensuite, de les nommer; cet enfant écrit 68, 69, 600, dit 68, 69, 70, et ajoute que 600 n'est pas l'écriture appropriée.

Résultats

Les comportements des élèves varient d'une tâche à l'autre. Ainsi, un élève énonce sans difficulté la suite croissante des nombres jusqu'à 69 mais ne peut rappeler que les dix premiers nombres de la comptine en ordre décroissant; il s'avère également incapable d'identifier les successeurs et les prédécesseurs des nombres supérieurs à 19. Ce même élève sait de plus lire les nombres inférieurs à 30 et écrire les nombres inférieurs à 20.

Ces écarts dans les performances aux diverses épreuves sont observés chez la majorité des élèves. Toutefois, chez les plus performants, ils sont moindres. La nécessité de mieux comprendre l'ensemble de ces comportements et d'en saisir la signification a déclenché le processus de modélisation des connaissances.

Description du modèle

L'examen des modèles élaborés dans les études qui portent sur la construction du concept de numération, l'analyse des tâches que comporte notre recherche et, enfin, la simulation des comportements types de nos élèves nous permettent:

- 1) de dresser un tableau des connaissances sur les codes numériques et digitaux;
- 2) de définir les connaissances qui peuvent être activées pour résoudre chacune des tâches;
- 3) de montrer l'application dynamique de ces connaissances chez un sujet qui est en processus de construction de connaissances sur la suite des nombres.

Description globale des connaissances factuelles et procédurales – Le modèle prévoit des regroupements de connaissances sur les codes numériques, les codes digitaux et les transcodages digital-numéral et numéral-digital. Chacun de ces groupes inclut des connaissances factuelles et des connaissances procédurales. Cette distinction nous semble utile pour la construction du modèle; elle s'inspire de la représentation des connaissances effectuée en sciences cognitives (Anderson, 1983; Stillings, Feinstein, Garfield, Rissland, Rosenbaum, Weisler et Baker-Ward, 1987). Dans ce domaine, on distingue les connaissances déclaratives (*declarative knowledge*) des connaissances procédurales (*procedural knowledge*); les premières sont liées au savoir (ou «savoir que...») et les secondes, au savoir-faire (ou «savoir comment...»). Mentionnons enfin que, quel que soit le statut de ces connaissances, elles relèvent d'un processus de construction; ainsi, la composition du successeur de 31 par la juxtaposition du mot-décade 30 et du successeur du mot-unité 1 est un savoir construit.

Connaissances relatives des codes digitaux et numériques des nombres – Les connaissances sur les codes numériques sont décrites selon les séquences de nombres pour lesquelles elles peuvent être activées. Ainsi l'apprentissage des premiers nombres (1-19) de la suite nommée relève de connaissances factuelles; les noms des nombres sont enregistrés comme un tout, une ligne numérique non sécable (Fuson, 1991). Par la suite, des connaissances procédurales sont développées pour le rappel d'une séquence de nombres d'une même décade (par exemple: 20-29). Ces séquences sont le plus souvent générées par des règles de composition de nombres, règles construites par l'abstraction des régularités phonétiques de la suite.

Le rappel en ordres croissant et décroissant de la suite nommée des nombres semble donc régi par des connaissances factuelles et procédurales:

- 1) de mots-nombres de la séquence 1-19;
- 2) de mots-décades;
- 3) de séquence de mots-nombres d'une même décade.

Cette première liste de connaissances sur les codes numériques fournit un cadre de référence pour l'organisation des connaissances relatives aux codes digitaux des nombres.

Une connaissance de ces codes permet de produire une séquence écrite de nombres sans qu'y soit nécessairement associée une connaissance du mot du nombre. En l'absence de connaissances précises et spontanément accessibles sur les successeurs ou les prédécesseurs de certains nombres, l'activation de connaissances sur les codes numériques par le truchement de connaissances sur l'écriture des nombres (transcodage numéral-digital) peut être utilisée dans le rappel d'une séquence nommée de nombres. En effet, l'activation de règles qui génèrent une séquence de nombres à l'écrit rend possible la production ou l'évo-

cation de la représentation écrite d'une suite; le recours aux connaissances sur la lecture des nombres (transcodage digital-numéral) peut ensuite permettre de trouver les mots qui y correspondent.

Il faut toutefois préciser que si le rappel des mots de décades est effectué grâce à un enregistrement en mémoire de ces mots et des mots voisins (par exemple: 19, 20, 21; 49, 50, 51), le rappel des codes digitaux de ces mêmes mots peut être généré par des règles de composition de nombres (par exemple, si un nombre se termine par 9 et que l'on cherche son successeur, ce dernier est composé par la juxtaposition du chiffre suivant le premier chiffre du nombre et du chiffre 0). Générer une suite de nombres à l'écrit peut ainsi faire appel à peu de connaissances factuelles, mais à une application de plusieurs règles. L'application de ces règles n'exige pas nécessairement un traitement séquentiel, une gestion complexe; la régularité dans la suite des nombres peut faciliter l'application des règles et peut prendre l'apparence d'un jeu d'écriture. De plus, une compréhension des valeurs accordées à chaque chiffre qui compose un nombre n'est pas nécessairement associée à l'application de ces règles. Les connaissances factuelles et procédurales de la numération écrite permettent d'évoquer la représentation écrite:

- 1) des nombres inférieurs à 12;
- 2) des nombres de 11 à 99.

Connaissances relatives aux transcodages des nombres écrits et nommés – Les connaissances liées aux transcodages numéral-digital et digital-numéral sont essentielles; elles contrôlent plus directement les activités d'écriture et de lecture. Elles permettent également de traiter l'ensemble des tâches sur la suite des nombres en rendant utile l'activation des connaissances sur les codes numériques et digitaux, dans la mesure où ces connaissances sont soumises aux règles de transcodage permettant ainsi de répondre dans le code attendu, pour chacune des tâches.

Dans l'ensemble des connaissances sur le transcodage, on distingue les connaissances factuelles sur les 19 premiers nombres et sur les nombres des décades et les connaissances procédurales permettant de traiter les nombres supérieurs à 20 dont le dernier chiffre est différent de 0. Le modèle construit par Deloche et Seron (1987) que nous avons décrit antérieurement rend bien compte de l'ensemble de ces connaissances.

Description dynamique du modèle – La description dynamique du modèle que nous réalisons est peu élaborée et ne décrit que quelques processus de coordination de connaissances. D'autres processus seront illustrés au moment de l'interprétation des conduites des élèves.

La réalisation des tâches relatives au rappel de la suite nommée des nombres donne accès à plusieurs connaissances sur les codes numériques et digitaux des nombres. Des connaissances factuelles et parfois procédurales des codes digitaux et numériques des nombres peuvent être activées de façon concomitante ou de façon séquentielle dans les différentes tâches de rappel; l'utilisation conjointe de ces connaissances assure de meilleures chances

de répondre adéquatement à ces tâches. Il faut toutefois préciser que l'activation d'une connaissance sur le transcodage numéral-digital ne se traduit pas nécessairement par l'écriture d'un nombre.

Voici un exemple qui illustre un processus de coordination de diverses connaissances; dans cet exemple, la tâche consiste à rappeler le successeur de 29. L'activation d'une règle de composition des codes numériques produit 20-10 comme nombre successeur de 29. Un transcodage numéral-digital du nombre trouvé est effectué produisant le code digital «2010». L'activation d'une règle de composition puisée dans les connaissances sur les codes digitaux permet de rejeter cette représentation et d'y substituer le code digital 30. Le transcodage digital-numéral de ce nombre (transcodage facilité par un premier transcodage du premier chiffre de ce code 3, ... 30) permet d'associer le code numéral 30 comme successeur de 29. La figure suivante rend compte de cette utilisation dynamique des connaissances.

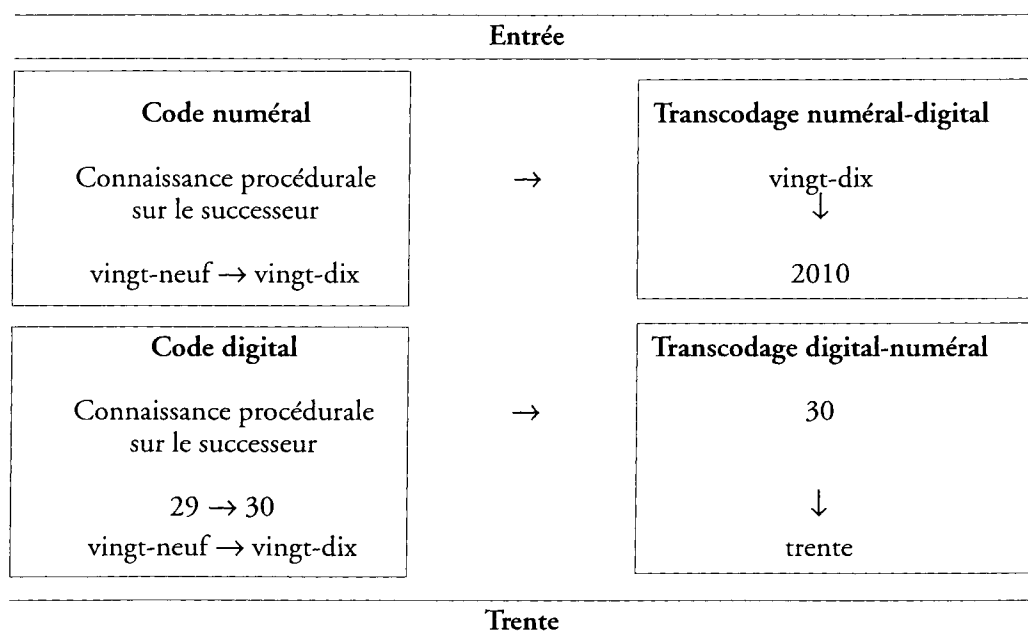


Figure 1 – Processus de coordination de connaissances sur les codes numériques et digitaux dans le rappel du successeur du nombre 29

Les connaissances impliquées dans le rappel de la suite nommée des nombres varient selon la séquence des nombres à rappeler. Considérant, d'une part, les recherches qui portent sur le développement de l'habileté à rappeler la suite nommée des nombres (Conne, 1987a, 1987b, 1988; Fuson, 1991; Resnick, 1983; Siegler et Robinson, 1982) et d'autre part, une première analyse des données recueillies dans le cadre de cette étude, nous avons procédé à l'identification des connaissances qui peuvent être activées dans le rappel de séquences spécifiques des nombres dans la suite 0-100. Les connaissances liées aux rappels en ordre croissant et décroissant sont précisées pour chacune des séquences.

L'ordre croissant est l'ordre naturel d'enregistrement de la suite nommée des nombres, facilitant ainsi le rappel, soit d'une séquence de nombres dans cet ordre, soit de successeurs. Par ailleurs, rappeler une séquence de nombres selon l'ordre inverse d'enregistrement est sans aucun doute un exercice laborieux pour le jeune enfant. Si la suite n'est pas directement accessible dans cet ordre, la recherche de prédécesseurs s'effectue par l'activation de la suite selon l'ordre croissant. Le prédécesseur d'un nombre est alors produit par le rappel en ordre croissant d'une séquence formée de nombres qui précèdent ce nombre et de ce nombre (par exemple: pour la recherche de prédécesseur de 18, la séquence rappelée peut être 16, 17 18; le prédécesseur est alors 17); le prédécesseur est alors l'avant-dernier nombre rappelé dans cette séquence. Cette stratégie est toutefois peu économique pour le rappel d'une séquence décroissante de nombres. Une mise à jour des informations traitées doit être réalisée; il s'agit, d'une part, de garder en mémoire le dernier nombre rappelé de la suite décroissante et d'autre part, de choisir un nombre de départ approprié pour le rappel de la séquence de nombres en ordre croissant. Notre modèle sous-tend l'hypothèse que la coordination des connaissances des codes numériques et digitaux des nombres est un processus qui rend efficient et efficace le rappel de la suite en ordre décroissant. L'exemple suivant montre qu'une telle coordination peut être réalisée.

Dans le rappel nommé en ordre décroissant des nombres qui précèdent 32, la coordination des connaissances sur les codes numériques et digitaux, et sur les transcodages, permet, entre autres, un traitement contrôlé du rappel; en d'autres termes, elle assure un contrôle des informations relevant de l'un ou l'autre des codes, donc une meilleure gestion de l'information en mémoire. Ainsi, la recherche du prédécesseur du nombre 32 pourrait être réalisée en invoquant à la fois des connaissances procédurales sur les codes digitaux et numériques; un premier transcodage numéral-digital de 32 précéderait bien sûr l'activation des connaissances sur les codes digitaux. Le prédécesseur ainsi trouvé, 31, aurait alors deux représentations (digitale et numérale). Cette dualité de représentation pourrait être mise à profit dans la recherche du prédécesseur de 31. Par exemple, si les connaissances procédurales sur les codes digitaux sont plus facilement accessibles, ces connaissances produiraient le nombre 30. Un transcodage digital-numéral pourra alors être réalisé et contrôlé par la coordination des connaissances dont nous avons fait état dans l'exemple précédent (figure 1).

Il n'est pas exclu que dans la recherche des autres prédécesseurs seules les connaissances procédurales sur les codes numériques puissent être appliquées. Toutefois, le transcodage numéral-digital de chacun de ces nombres peut se poursuivre et permettre au besoin de déceler des erreurs dans le rappel nommé de la suite en ordre décroissant. Supposons le rappel suivant: 28, 27, 26, 27. Cette erreur de changement d'orientation peut être immédiatement décelée et corrigée, puisque les codes digitaux sont toujours accessibles. La figure 2 illustre ce processus général de coordination de connaissances.

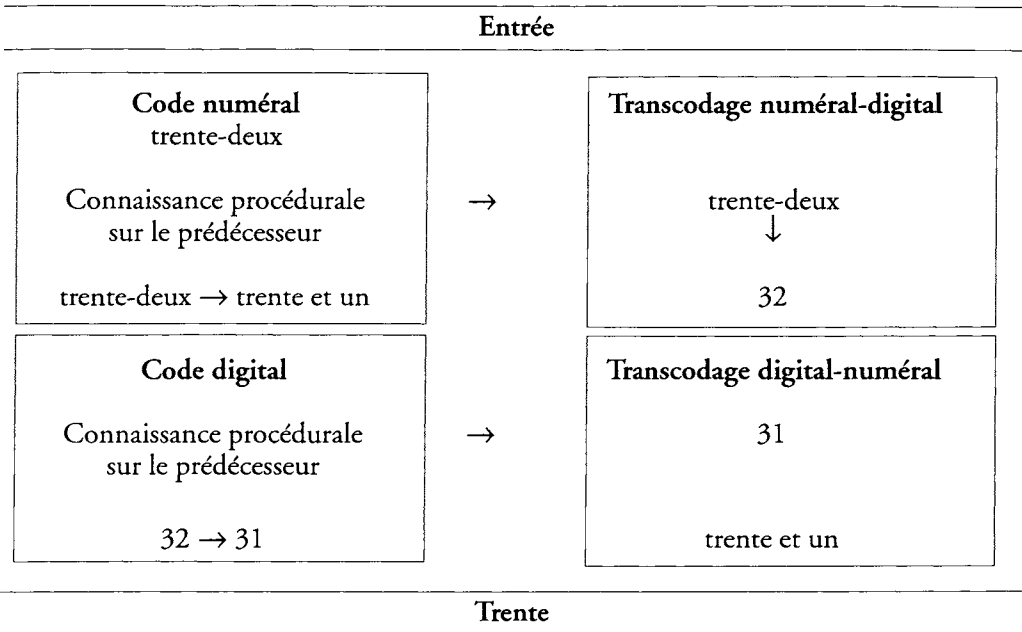


Figure 2 – Processus de coordination de connaissances sur les codes numériques et digitaux dans le rappel du prédécesseur du nombre 32

L'identification et la différenciation des connaissances des élèves sur les codes numériques et digitaux des nombres: application du modèle

L'application du modèle permet l'identification et la différenciation des connaissances des élèves sur les codes digitaux et numériques; elle vise une meilleure compréhension de leurs performances et des processus de construction de ces connaissances. Elle procède ainsi: les performances de l'ensemble des élèves sont ordonnées et regroupées, dégagant alors cinq regroupements de performances; à l'aide du modèle, une identification des connaissances associées aux différents regroupements est ensuite réalisée.

Les connaissances de l'ensemble des élèves – Au tableau 1, nous présentons les performances de chacun des élèves aux tâches de rappel de la suite nommée des nombres en ordres croissant et décroissant, aux tâches d'identification des prédécesseurs et des successeurs des nombres et, enfin, aux tâches de lecture et d'écriture de nombres.

Tableau 1
Regroupements des performances des élèves aux tâches de rappel
de la suite nommée et écrite des nombres

	Croiss.	Décr.	Préd.	Succ.	Lect.	Écr.
Regroupement 1						
Élève E6	0-16	0-5	0-5	0-5	0-5	
Regroupement 2						
Élève E1	0-39	0-10	0-29	0-49	0-10	0-10
Élève E4	0-29	0-16	0-29	0-29	0-13	0-12
Élève E7	0-39	0-10	0-19	0-19	0-10	0-10
Élève E11	0-59	0-15	0-39	0-59	0-10	0-10
Élève E13	0-69	0-10	0-29	0-49	0-10	0-10
Regroupement 3						
Élève E3	0-69	0-10	0-19	0-19	0-29	0-19
Élève E12	0-69	0-10	0-59	0-59	0-29	0-39
Élève E14	0-59	0-10	0-59	0-49	0-49	0-29
Regroupement 4						
Élève E2	0-99	0-29	0-69	0-79	0-59	0-59
Élève E5	0-69	0-19	0-59	0-79	0-69	0-69
Élève E10	0-79	0-29	0-49	0-49	0-39	0-39
Élève E16	0-79	0-19	0-69	0-69	0-39	0-39
Regroupement 5						
Élève E8	0-1000	0-1000	0-1000	0-1000	0-1000	0-1000
Élève E15	0-99	0-99	0-200	0-200	0-200	0-200
Élève E17	0-89	0-89	0-99	0-89	0-99	0-99

Légende: 1. Croiss.: rappel en ordre croissant
 2. Décr.: rappel en ordre décroissant
 3. Préd.: rappel du prédécesseur d'un nombre
 4. Succ.: rappel du successeur d'un nombre
 5. Lect.: lecture d'un nombre (transcodage digital-numéral)
 6. Écr.: écriture d'un nombre (transcodage numéral-digital)

Ce tableau fait également état des regroupements constitués à la suite d'une analyse des performances. Chacun de ces regroupements est étudié en regard, d'une part, des performances qui le caractérisent et, d'autre part, des connaissances qui sous-tendent ces per-

formances. C'est à l'occasion de cette dernière étude que le modèle est appliqué; ce modèle devrait en principe conduire à une simulation des comportements observés à chacune des tâches, comportements incluant bien sûr les réponses justes et erronées.

Regroupement 1: Connaissances factuelles fort limitées des codes numériques et digitaux.

Les performances de l'élève E6 sont singulières. Elles se démarquent en effet des performances des autres élèves et appellent ainsi à un examen particulier. Le regroupement 1 n'est défini qu'en fonction des performances de cet unique élève. Ses conduites, selon le modèle, ne font appel à aucune connaissance procédurale. Ainsi, sur les codes numériques, E6 s'appuie sur une connaissance factuelle des 16 premiers mots de la comptine; de plus, l'impossibilité de rappeler directement les prédécesseurs et successeurs et de parcourir en ordre décroissant la comptine nous indique une non-dissociation de la chaîne verbale des mots. Enfin, les activités de transcodage réalisées relèvent uniquement de connaissances factuelles sur l'écriture et la lecture des cinq premiers nombres.

Ne possédant que quelques connaissances factuelles et disjointes des codes numériques et du transcodage, aucune coordination des connaissances ne semble possible chez cet élève.

Regroupement 2: Connaissances procédurales des codes numériques et connaissances factuelles des codes digitaux.

Le second regroupement peut être décrit par les performances suivantes:

- 1) rappel en ordre croissant de la suite nommée des nombres au-delà de 19;
- 2) identification des prédécesseurs et des successeurs des nombres de cette première suite;
- 3) rappel en ordre décroissant de la suite nommée des nombres inférieurs à 19;
- 4) lecture et écriture des 10 premiers nombres.

Cinq élèves (E1, E4, E7, E11 et E13) sont ainsi regroupés. Chez ces élèves, l'habileté à rappeler une séquence de nombres d'une même décade (par exemple, 21 à 29) et à identifier les prédécesseurs et les successeurs de ces nombres témoigne de la présence de plusieurs connaissances factuelles et de quelques connaissances procédurales des codes numériques. Leurs connaissances factuelles de la suite 1 à 19 des nombres et des groupes de mots de cette suite (par exemple: 14-15-16) assurent, selon notre modèle, le rappel des 19 premiers nombres et des prédécesseurs et successeurs des nombres de cette séquence. Ces élèves connaissent également la séquence des mots-unités un à neuf et utilisent cette connaissance dans la production de la suite des nombres d'une décade ou dans l'identification du successeur d'un nombre qui se termine par l'un des mots-unités de la séquence un à huit. Toutefois, chez certains élèves, cette connaissance semble déjà intégrée dans une règle de production de successeurs (connaissance procédurale) tandis que chez d'autres, cette intégration est déclenchée par une action élémentaire de rappel de la suite nommée des nombres (E7); les comportements suivants illustrent cette différence.

Élève E7

Expérimentateur Peux-tu me dire ce qui vient juste après 28?

E7 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9... 29, je compte jusqu'à 9 et ensuite je dis 29, sinon c'est trop long.

Élève E11

Expérimentateur Peux-tu me dire ce qui vient juste après 28?

E7 9, 29.

Les élèves de ce second regroupement des performances semblent avoir construit des règles leur permettant de rappeler les successeurs et prédécesseurs des nombres d'une décade; le rappel en ordre décroissant d'une séquence de nombres d'une même décade n'est toutefois pas effectué correctement. De plus, ces élèves connaissent quelques mots-décades ainsi que les mots des nombres voisins des décades, accessibles toutefois seulement selon l'ordre croissant. Ces dernières connaissances factuelles servent au rappel des successeurs des mots-décades connus; ces élèves se révèlent cependant aptes à trouver les successeurs des mots-décades qui leur sont fournis, ce qui suppose une connaissance des modes de composition des mots dans le voisinage des décades. Le comportement de l'élève E7 illustre cette dernière habileté.

Élève E7

Expérimentateur Peux-tu compter?

E7 1, 2, 3... 39,

Expérimentateur Après 39, sais-tu ce qui vient?

E7 Non.

Expérimentateur 40, peux-tu continuer?

E7 41, 42... 49.

Chez la plupart des élèves, le rappel laborieux et lent de la suite en ordre croissant pourrait témoigner de la fragilité des connaissances. Ces élèves semblent être en phase de construction de connaissances procédurales sur les codes numériques; certaines de ces connaissances donnent accès à la composition des mots-nombres d'une même décade et facilitent l'identification des successeurs des nombres. Par ailleurs, la séquence des mots-unités n'étant pas accessible en ordre décroissant, ces élèves ne peuvent construire des procédés de rappel en ordre décroissant des nombres supérieurs à 19, car ils ne possèdent que quelques connaissances factuelles sur les codes digitaux. Ils peuvent toutefois rappeler les prédécesseurs de ces nombres par le recours, nous semble-t-il, aux règles de composition de nombres en ordre croissant. Enfin, les connaissances liées aux activités de transcodage sont

factuelles; seules les dix premiers nombres sont lus et écrits correctement, ce qui une fois encore constitue un obstacle au traitement efficace des prédécesseurs des nombres supérieurs à dix dans le rappel en ordre décroissant de la suite nommée des nombres.

Regroupement 3: Connaissances procédurales des codes digitaux des nombres.

Les performances des élèves (E3, E12 et E14) du regroupement 3 ne sont pas très différentes de celles des élèves du regroupement 2; seules de meilleures habiletés de lecture et d'écriture sont relevées: lecture de nombres au-delà de 19 mais en deçà de 50; écriture de nombres supérieurs à 19 mais inférieurs à 40. L'examen des erreurs effectuées par ces élèves aux activités de rappel de la suite nommée des nombres témoigne de connaissances plus importantes que celles des élèves du regroupement 2 et d'une activité de construction de règles de production de nombres plus intense que celle observée chez les élèves du regroupement 2.

Sur les codes numériques, les performances semblent relever de connaissances factuelles et procédurales. Toutefois, la règle lui permet de composer une suite de nombres en ordre décroissant n'est pas appliquée correctement. Nous présentons un extrait du comportement de l'élève E3 pour appuyer cette interprétation.

Élève E3

Expérimentateur Peux-tu poursuivre 17, 16...?

E3 15, 14, 23, 22, 21, 0.

Ce comportement manifeste un effort d'analyse de la composition des nombres; la production de ce type d'erreur est concomitante à l'augmentation des habiletés d'écriture des nombres observées chez les élèves du regroupement 3. Cette augmentation résulte d'un accroissement des connaissances factuelles sur les codes digitaux de nombres, connaissances directement accessibles, et des connaissances procédurales assurant la production des successeurs de nombres se terminant par des chiffres-unités (1 à 8). Cette relation entre de meilleures habiletés de rappel des nombres en ordre décroissant et d'écriture des nombres est en accord avec notre modèle qui tient compte de l'activation des connaissances des codes digitaux dans le rappel des nombres en ordre décroissant.

Chez les élèves de ce regroupement, des connaissances factuelles et des connaissances procédurales en transcodage digital-numéral et, pour les élèves E12 et E14, en transcodage numéral-digital, contrôlent le processus de coordination des connaissances sur les codes digitaux et numériques dont témoigne le comportement précédent; on peut aussi supposer que les connaissances qui en résultent stimulent le développement des habiletés de transcodage.

L'incapacité de rappeler en ordre décroissant les mots dans le voisinage des mots-décades, l'inaccessibilité des mots de la séquence 11 à 19 comme mots-unités et enfin, l'absence de connaissances procédurales sur les codes digitaux pour la composition des nombres avoisinant les nombres-décades semblent freiner chez ces élèves les processus de coordination et d'élaboration de connaissances.

Regroupement 4: Connaissances procédurales relatives aux codes digitaux et numéraux des nombres.

Au quatrième regroupement, nous retrouvons les élèves E2, E5, E10 et E16; ces élèves ont en commun des habiletés:

- 1) de rappel de la suite croissante des nombres au-delà de 69;
- 2) d'identification des successeurs et des prédécesseurs de nombres inférieurs à 79;
- 3) de rappel de la suite décroissante des nombres inférieurs à 30;
- 4) de lecture et d'écriture de nombres inférieurs à 69.

Le rappel de la suite nommée des nombres inférieurs à 20 est fait sans hésitation par tous les élèves, ce qui révèle une excellente structuration des connaissances factuelles sur les mots de ces nombres. Les connaissances procédurales sur les codes numéraux de la suite 20-100 semblent acquises: composition des séquences croissante et décroissante des nombres; composition des successeurs des mots-décades; composition des mots-décades prédécesseurs de nombres se terminant par 1. Les connaissances factuelles sur lesquelles repose l'application des procédures ne sont pas toutes disponibles; quelques mots-décades sont encore inconnus. Plusieurs élèves éprouvent aussi des difficultés dans le rappel en ordre décroissant des mots dans le voisinage des décades; certains parviennent toutefois à produire ces mots, en procédant d'abord, à la demande de l'adulte, à un transcodage numéral-digital des nombres. Le comportement suivant illustre ces difficultés de rappel et montre comment l'activité de transcodage numéral-digital est utilisée avec profit par certains élèves.

Élève E5

Expérimentateur	Continue en descendant 49, 48...
E5	47, 46, 45, 44, 43, 42, 41, 30,... 40,... 30, je ne sais plus.
Expérimentateur	Peux-tu écrire le nombre 41?
E5	41.
Expérimentateur	Peux-tu trouver le prédécesseur de ce nombre?
E5	Il écrit 40, puis dit «quarante».
Expérimentateur	Peux-tu continuer en descendant?
E5	Il écrit 39, puis dit «trente-neuf» et poursuit en ordre décroissant.

Ces élèves appliquent une règle qui génère une séquence décroissante de nombres 2 à 9, en ayant recours à la séquence décroissante des mots-unités. Ce comportement apparaît pour la première fois. L'incapacité de contrôler la procédure et l'ignorance de certains mots du voisinage des décades apparaissent responsables des erreurs décelées; l'évocation par l'adulte de mots dans le voisinage de décades inférieures à celles que l'élève traite peut amener une correction des premières erreurs de rappel, comme l'indique le dernier comportement.

On note également chez ces élèves une meilleure connaissance de la suite écrite des nombres que celle observée chez les élèves des regroupements précédents. Ils disposent à la fois de connaissances factuelles et procédurales plus évoluées. Par leur habileté à lire et écrire les nombres, ces élèves montrent qu'ils possèdent le savoir (connaissances factuelles) ainsi que le savoir-faire (connaissances procédurales) permettant de transcoder un nombre composé d'une décade et d'un mot-unité. L'application de ces savoirs est par ailleurs limitée aux nombres inférieurs à 29, pour certains, et à 49, pour d'autres.

Regroupement 5: Les connaissances sur les codes numériques et digitaux couvrent celles identifiées dans le modèle.

Le regroupement 5 est constitué des élèves E8, E15 et E17. Ils se distinguent particulièrement des élèves précédents par leur habileté à lire et à écrire les nombres: l'élève E8 lit et écrit sans erreur tout nombre inférieur à 1000; l'élève E15, tout nombre inférieur à 200; enfin, l'élève E17, tout nombre inférieur à 100. Aux tâches sur la suite nommée des nombres, ces élèves s'avèrent capables:

- 1) de rappeler en ordres croissant et décroissant tout nombre inférieur à 100;
- 2) de trouver les prédécesseurs et successeurs des nombres de cette suite.

Les connaissances responsables de ces performances sont variées; elles couvrent l'ensemble des connaissances décrites dans notre modèle. Ces élèves peuvent donc activer plusieurs connaissances pour répondre à une tâche. Les comportements de ces élèves sont d'ailleurs marqués par l'utilisation conjointe de plusieurs connaissances sur les codes numériques et digitaux des nombres. Cet extrait de protocole montre bien comment une règle sur la composition des codes digitaux participe à la création d'une stratégie efficace de rappel du successeur d'un mot-nombre.

Élève E8

Expérimentateur Peux-tu me dire ce qui vient juste après 99?

E8 100.

Expérimentateur Après 999?

E8 1000.

Expérimentateur Et après 1000?

- E8 ...
- Expérimentateur Peux-tu compléter cette suite (a) ____ 999, (b) ____, (c) ____?
- E8 Il écrit en (a) 989 et en (b) 1000 et en (c) 1001.
- Expérimentateur Peux-tu me dire ce qui vient juste après 1000?
- E8 1001?
- Expérimentateur C'est très bien.

*L'élaboration des connaissances sur les codes digitaux et numériques
des nombres: synthèse et interprétation des principaux résultats*

Dans l'analyse des comportements de nos élèves à l'ensemble des épreuves, nous avons d'abord regroupé les élèves en fonction de leurs performances; nous avons ensuite montré que les modifications des performances d'un regroupement à l'autre sont l'écho des transformations appréciables des connaissances sur la suite des nombres. Ces regroupements semblent ainsi refléter des étapes dans le développement de ces connaissances. Les meilleures performances se traduisent par l'activation de connaissances procédurales, connaissances dont le développement s'appuie sur les connaissances factuelles. L'élève E6 du regroupement 1, dont les performances sont inférieures à celles de tous les autres élèves, ne possède que quelques connaissances factuelles de la suite nommée et écrite des premiers nombres, tandis que les élèves des regroupements 4 et 5 bénéficient de multiples connaissances factuelles et procédurales de la suite nommée et écrite qu'ils appliquent à diverses situations. Comment s'élaborent ces connaissances?

Nous avons observé que les connaissances factuelles de la suite 1-19 sont d'abord accessibles. Par l'apprentissage, d'abord en terme de comptine, de séquences de nombres supérieurs à 29 (la séquence 19-29, par exemple), l'enfant est amené à construire des connaissances factuelles sur la séquence des mots-unités et des connaissances procédurales sur les règles de concaténation des mots-décades et des mots-unités. Parallèlement, des règles de transcodage se développent; l'apprentissage de l'écriture et de la lecture des nombres permet à l'enfant d'abstraire des régularités dans l'écriture des nombres, et ainsi de développer des connaissances d'abord factuelles, et par la suite procédurales, sur les codes digitaux des nombres.

Le développement de connaissances sur la suite nommée des nombres inférieurs à 69 semble précéder celui de connaissances sur la suite écrite de ces nombres. En revanche, pour les nombres supérieurs à 69, le processus semble être inversé. Ainsi, les élèves qui peuvent lire et écrire des nombres supérieurs à 100 (E15 et E8) performant mieux à ces tâches qu'aux tâches qui portent sur la récitation de la suite nommée des nombres en ordres croissant et décroissant. Il faut préciser que les performances de ces élèves, aux tâches de rappel des prédécesseurs et successeurs, sont meilleures que celles qu'ils obtiennent aux

tâches de rappel d'une suite de nombres. Nous croyons que cet écart de performances s'explique par l'activation des règles qui portent sur la composition des codes digitaux de nombres qui se succèdent.

Implications didactiques

Les résultats de notre recherche montrent comment la construction des connaissances sur les codes digitaux et numériques des nombres prend appui sur les processus d'abstraction des régularités sur l'écriture et la dénomination des nombres; ces régularités se construisent et acquièrent une signification par la mise en relation des codes digitaux et numériques des nombres. Quelles sont les implications didactiques de ces résultats?

Nous pouvons, à tout le moins, suggérer une révision de certaines pratiques actuelles concernant l'apprentissage de ces codes. En effet, dans plusieurs des manuels, cet apprentissage semble conçu comme un cumul successif des codes numériques et digitaux; l'élève enregistre les premiers noms et les premières écritures des nombres, opère avec ces outils et apprend de nouveaux noms et de nouvelles écritures. Ainsi, les nombres inférieurs à 10 sont examinés, puis les nombres de 10 à 20 et enfin, les nombres inférieurs à 100. De plus, l'apprentissage des nombres supérieurs à dix coïncide fréquemment avec l'introduction de la numération de position, faisant abstraction du rôle déterminant que jouent ces nombres dans la construction des connaissances sur les codes digitaux et numériques des nombres.

Enfin, les données actuelles de la recherche ne nous permettent pas de préciser l'apport des connaissances sur les codes digitaux et numériques des nombres dans la construction des connaissances sur la numération de position. Toutefois, il n'est pas exagéré de penser que la construction de tels codes, engageant une réflexion sur leur composition, puisse susciter des interrogations sur les raisons et les significations de ces compositions. Il serait sûrement important d'étudier cette hypothèse dans de futures recherches.

Abstract – This study specifies the processes used by grade 1 students in elaborating and coordinating knowledge about digit and number codes. The tasks presented to 16 students include writing, reading, and number series recall. Based on models in this area and on information regarding students' background knowledge, the authors propose a model to identify the processes used in coordinating number code knowledge. This model provides a way to describe five performance levels and to better understand differences between levels. The authors also describe the necessary cognitive activity involved in co-ordinating knowledge about the two codes when constructing a first representation of the first 100 number series.

Resumen – El estudio trata de precisar los procesos de elaboración y de coordinación de conocimientos de códigos digitales y numéricos en los conceptos de números en alumnos de primer año. Se presentaron tareas de escritura, de lectura y de recapitulación de la secuencia

numérica. Sobre la base de modelos elaborados sobre el tema y de un examen más a fondo de los conocimientos de algunos de estos alumnos, los autores proponen un modelo de identificación de los procesos de coordinación de conocimientos sobre los códigos de números. Este modelo permite elaborar cinco niveles de conductas en los niños y comprender mejor la significación de las diferencias entre ellos. También hace resaltar el juego esencial de coordinación de conocimientos de los dos códigos en la construcción de una primera representación de secuencia en los 100 primeros números.

Zusammenfassung – Die Studie will die Vorgänge der Ausarbeitung und Koordination der Kenntnisse über die Tafeln der Stellenwerte und Zahlenreihen bei Erstklässlern klarlegen. 16 (sechzehn) Schüler müssen eine genannte Zahlenfolge schreiben, lesen und merken. Ausgehend von solchen Modellen und von einer genaueren Überprüfung der Kenntnisse gewisser Schüler, schlagen die Verfasserinnen ein Modell der Koordinationsvorgänge der Kenntnisse über die Zahlentafeln vor. Damit kann man bei den Schülern 5 (fünf) Leistungsstufen herausfinden und die Bedeutung der Abstände zwischen ihnen besser verstehen. Es stellt auch die wesentliche Koordinationsbeziehung der Kenntnisse der beiden Zahlentafeln im Aufbau einer ersten Darstellung der ersten 100 Zahlen heraus.

RÉFÉRENCES

- Anderson, J. R. (1983). *The architecture of cognition*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Baroody, A. J. (1991). Procédures et principes de comptage: leur développement avant l'école. In J. Bideaud, C. Meljac, J. P. Fischer (dir.), *Les chemins du nombre* (p. 133-158). Lille: Presse universitaires de Lille.
- Brissiaud, R. (1989). *Comment les enfants apprennent à calculer*. Paris: Retz.
- Carraher, T. N. et Schliemann, A. D. (1990). Knowledge of the numeration system among pre-schoolers. In L. P. Steffe et R. Wood (dir.), *Transforming children's mathematics education* (p. 135-141). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Cole, M. et Scribner, S. (1974). *Culture and thought*. New York: Wiley.
- Conne, F. (1987a). Comptage et écriture des égalités lacunaires dans les premières classes de l'enseignement primaire. *Math école*, 128, 2-12.
- Conne, F. (1987b). Entre comptage et calcul. *Math école*, 130, 11-23.
- Conne, F. (1988). Numérisation de la suite des nombres et faits numériques. *Math école*, 132-133, 26-31.
- Deloche, G. et Seron, X. (1987). Numerical transcoding: A general production model. In G. Deloche et X. Seron (dir.), *Mathematical disabilities* (p. 137-170). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Fayol, M. (1986). Nombre, numération, dénombrement: que sait-on de leur acquisition? *Revue française de pédagogie*, 40, 59-77.
- Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre: du comptage à la résolution de problèmes*. Neuchâtel: Delachaux et Niestlé.
- Fuson, K. (1991). Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans. In J. Bideaud, C. Meljac et J. P. Fischer (dir.), *Les chemins du nombre* (p. 159-179). Lille: Presses universitaires de Lille.
- Gelman, R. et Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge: Harvard University Press.
- Ginsburg, H. P. et Kolowki, B. (1976). Cognitive development. *Annual Review Research Quarterly*, 27, 29-61.
- Ginsburg, H. P. et Russel, R. L. (1981). Social class and racial influences on early mathematical thinking. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 46, 1-55.

- Giroux, J. (1984). *Connaissances et habiletés mathématiques, selon le milieu socio-culturel, d'enfants admis en première année primaire*. Mémoire de maîtrise inédit, Université de Montréal, Faculté des sciences de l'éducation, Montréal.
- Giroux, J. (1991). *Modélisation des connaissances sur la numération et les opérations d'élèves de première année primaire*. Thèse de doctorat inédite, Université de Montréal.
- Kamii, C. (1990). *Les jeunes enfants réinventent l'arithmétique*. Berne: Peter Lang.
- Piaget, J. et Szeminska, A. (1941). *La genèse du nombre*. Neuchâtel: Delachaux et Niestlé.
- Resnick, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. In H. P. Ginsburg (dir.), *The development of mathematical thinking* (p. 110-151). New York: Academic Press.
- Siegler, R. S. et Robinson, M. (1982). The development of numerical understandings. *Advances in child development and behavior*, 16, 241-313.
- Stillings, N. A., Feinstein, M. H., Garfield, J. L., Rissland, E. L., Rosenbaum, D. A., Weisler, S. E. et Baker-Ward, L. (1987). *Cognitive science. An introduction*. Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology Press.